

**Шәһәр күләмендә математика фәнненән татар телендә үткәрелә торган
олимпиаданың мәктәп этабы җаваплары
2025-2026 нчы уку елы
8 нче сыйныф**

**Эш вакыты – 180 минут
Гомуми балл – 25**

1 нче бирем. (5 балл)

$x^2 + y^2 + xy - x - y = 14$ тигезләмәсен натураль саннар кулланып чишегез.

Чишелеш: Тигезләмәне 2-гә тапкырлыйбыз да өч тулы квадрат бүлөп чыгарабыз

$$2x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 2y = 28 \rightarrow x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 - 2y + 1 - 1 = 28 \rightarrow$$

$(x + y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 28 + 2$. Монда x, y – натураль саннар булганга, квадратлары да натураль саннар булалар $(x + y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 30$ ($30 = 25 + 4 + 1$), яки $5^2 + 2^2 + 1^2 = 30$.

Шуңа $(y - 1)^2 = 1$, $(x - 1)^2 = 2^2$, $(x + y)^2 = 5^2$. Моннан $y - 1 = 1 \rightarrow y = 2$, $x - 1 = 2 \rightarrow x = 3$, тикшерәбез $(x + y)^2 = (3 + 2)^2 = 5^2$, димәк $x^2 + y^2 + xy - x - y = 3^2 + 2^2 + 3 \times 2 - 3 - 2 = 9 + 4 + 6 - 5 = 14$!

2 нче бирем. (5 балл)

Тигезләмәнең тамырларын табыгыз: (5 балл)

$$(x^3 + 2x^2 - 15x) / (3 - x) = 0.$$

Чишелеш. Бирелгән тигезләмәне үзгәртеп язабыз:

$$x \cdot (x^2 + 2x - 15) = 0,$$

$$(3 - x) \neq 0;$$

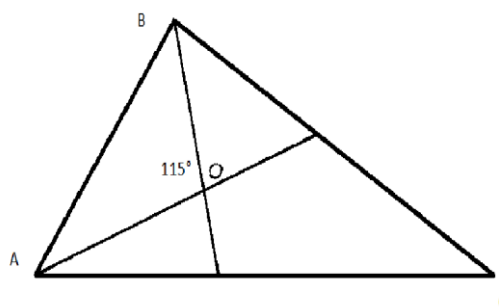
беренче тигезләмәнең тамырлары: $x_1 = 0$, $x_2 = -5$, $x_3 = 3$, әмма $x \neq 3$. Шуңа тигезләмәнең

ике тамыры гына кала $x_1 = 0$, $x_2 = -5$.

Җавап: $x = 0, -5$.

3 нче бирем. (5 балл)

ABC өчпочмагында BAC һәм ABC почмакларының биссектрисалары O ноктасында кисешәләр. AOB почмагы 115° . ACB почмагы ничә градусны тәшкил итә?



Чишелеш:

$\angle BAO$ почмагын x дип алып башка почмакларның зурлыгын ачыклайбыз:

$$\angle ABO = 180^\circ - 115^\circ - x = 65^\circ - x, \quad \angle A = 2x,$$

$$\angle B = 130^\circ - 2x. \text{ Димәк } - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ, \quad \angle C = 50^\circ.$$

Жавап: $\angle C = 50^\circ$.

4 нче бирем. (5 балл)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 саннары арасынан берсен 10 данә итеп алыгыз (мәсәлән 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6), араларына арифметика алымнарының тамгаларын һәм жәяләр (кирәк булса) куегыз. Нәтижәдә 2022 булсын. Башка саннарны ясау баллар белән хуплана. (5 балл).

Чишелеш: $66 \times (6 - 6/6) \times 6 + (6 + 6/6) \times 6 = 66 \times 5 \times 6 + 7 \times 6 = 1980 + 42 = 2022$.

(Кулланылган саннар һәм арифметик гамәлләр дәрәжә нәтижә биргән очракта 3 – балл, кулланылган саннар төрләнешеңә карап балларны 5 –кә җиткерергә мөмкин).

5 нче бирем. (5 балл)

Ребустагы төрлө цифрлар хәрәфләр белән алмашынган

БОКС
+
БОКС
СПОРТ

Хәрәфләрдә яшеренгән цифрларны табыгыз.

Чишелеш: S хәрәфеннән башлайбыз, чөнки саннарның суммасы иң сулдагы S - дан башлана, шуңа $S=1$ цифры гына була ала, димәк $S + S = T=2$.

Парлы цифрлар $T + T$ -суммасының вариантлары ике: бер яки ике урынлы саннар:

$1 + 1 = 2, 2 + 2 = 4, 3 + 3 = 6, 4 + 4 = 8$ (4 вариант); $5 + 5 = 10, 6 + 6 = 12, 7 + 7 = 14, 8 + 8 = 16, 9 + 9 = 18$ (5 вариант). $T + T = T$ булсын өчен, парлы К, Б, О цифрлары-ның өчесенә дә суммалары икеурынлы сан булырга тиеш:

Вариантлар: $9 + 9 = 18, 8 + 8 = 16, 7 + 7 = 14, 6 + 6 = 12, 5 + 5 = 10 \rightarrow T + T = 9 + 9 = 18 (18+1 = 19)$. Шулай итеп цифрларның шартка тәңгәл килгән комбинацияләрен табабыз.

Жавап:

БОКС	6951	6971	6981	7951	7981	8951	8971
+	+	+	+	+	+	+	+
<u>БОКС</u>	<u>6951</u>	<u>6971</u>	<u>6981</u>	<u>7951</u>	<u>7981</u>	<u>8951</u>	<u>8971</u>
СПОРТ	13902	13942	13962	15902	15962	17902	17942

